

## ИЗЛУЧЕНИЕ СПИНОВЫХ ВОЛН ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЕЙ (ДГ) ОДНООСНОГО СИЛЬНОАНИЗОТРОПНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА В РЕЖИМЕ ПРЕЦЕССИОННОЙ ДИНАМИКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

© 2009 г. Г. Е. Ходенков

Институт электронных управляющих машин, 125502 Москва, ул. Лавочкина, 12

Поступила в редакцию 19.05.2008 г.

Проводится численное интегрирование уравнений Ландау-Лифшица для бездиссипативного сильноанизотропного одноосного ферромагнетика в области непараметрического порогового излучения спиновых волн доменной границей (ДГ), совершающей движение в режиме прецессионной динамики в сильном постоянном магнитном поле. Отклонение вычисленных значений поступательной скорости ДГ, отличной от нуля вследствие обратного действия поля излучения на нее, от известных аналитических результатов возрастает с уменьшением константы одноосной анизотропии и с приближением действующего поля к пороговому значению. Обращается внимание на зависящую от направления скорости ДГ асимметрию поля излучения относительно плоскости ДГ.

PACS: 75.30.Ds, 75.60.Ch

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена исследованию излучения объемных спиновых волн  $180^\circ$  доменной границей (ДГ) в ферромагнетике типа “ось легкого намагничивания” (ОЛН) под действием постоянного магнитного поля  $H_z$ , коллинеарного ОЛН. Одноосный ферромагнетик предполагается сильноанизотропным в смысле выполнения неравенства  $Q \equiv K/2\pi M^2 \gg 1$  ( $K$  – положительная константа одноосной анизотропии,  $M$  – намагниченность образца), а ДГ – пространственно одномерной. Согласно теоретическим результатам [1–3], достаточно сильное поле  $H_z$  вызывает прецессию спинов, локализованных внутри ДГ, с частотой  $\gamma H_z$  ( $\gamma$  – магнитомеханическое отношение). Взаимодействия, содержащие оси симметрии порядка  $n = 2, 3, 4 \dots$  относительно поворотов в базисной плоскости ферромагнетика, модулируют исходную прецессию с частотой  $\gamma n H_z$ . Когда частота  $\gamma n H_z$  попадает в область непрерывного спектра объемных спиновых волн, становится возможным пороговое непараметрическое излучение спиновых волн в объеме прилегающих к ДГ доменов. В [1, 2] в качестве неинвариантного взаимодействия рассматривался случай  $n = 2$  (локальное магнитодипольное взаимодействие), так что для  $Q \gg 1$  канал излучения открывается при  $H_z \geq H_d/2$ , где  $H_d = 2K/M$  – эффективное поле анизотропии. Интерпретация некоторых экспериментальных особенностей высокополевой динамики ДГ, наблюдаемых в пленках одноосных феррит-гранатов, с указанной выше точки зре-

ния, проводилась в [4] и в ряде последующих работ Рандошкина и сотрудников.

Ввиду важности прецессионного режима ДГ в реализации рассматриваемого механизма излучения спиновых волн, необходимо сделать несколько общих замечаний о режимах движения пространственно одномерных ДГ. Известное решение Уокера [5] для движущейся с постоянной скоростью ДГ неизменного профиля ограничено сверху как по полю  $H_z < H_w = 2\pi M\alpha$  (здесь  $\alpha$  – параметр затухания Гильберта), так и по скорости ДГ  $V < V_w \approx 2\pi\gamma M\Delta$  ( $\Delta = (A/K)^{1/2}$  – параметр ширины ДГ;  $A$  – обменная жесткость, неравенство относится к случаю  $Q \gg 1$ ). Если  $H_z > H_w$ , то движение ДГ переходит в прецессионный режим, в котором профиль волны не сохраняется. В ДГ происходит прецессия спинов, и ее толщина периодически меняется, причем наряду с поступательным ДГ совершает колебательное перемещение (при  $\alpha = 0$  движение носит чисто колебательный характер). В рамках сокращенного описания динамики ДГ, уравнений Слончевского, этот режим был предложен в [6, 7]; его численная верификация с использованием уравнений Ландау-Лифшица в области умеренных  $H_z$  была проведена в [8]; в [9] дана интерпретация на основании гамильтонова формализма. Отметим ради полноты, что в области  $H_z > H_w$  альтернативный прецессионному сценарий движения был предложен в [10]. Механизм, для которого существенна конечность затухания  $\alpha$ , основан на образовании кластеров, состоящих из нескольких  $180^\circ$  ДГ различных полярностей. Излучения спиновых волн, которое исследуется в

настоящей работе, не использует предположения о конечности параметра затухания.

Ниже проводится численное интегрирование уравнений Ландау-Лифшица для бездиссипативно-го сильноанизотропного одноосного ферромагнетика в области излучения спиновых волн. Наблюдается, как и следует из аналитической теории, асимметрия поля излучения относительно плоскости ДГ и его обратное действие на ДГ, вызывающее ее поступательное перемещение. Численные результаты сравниваются с теоретическими выводами [1–3], основанными на вычислениях амплитуд спиновых волн в первом порядке по  $1/Q \ll 1$ . Отклонение вычисленных значений скорости ДГ от теоретических возрастает с уменьшением  $Q$  и с приближением действующего поля к пороговому значению сверху.

## 2. ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ, АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В данном разделе проводится вывод и исследование уравнений, описывающих излучение спиновых волн в первом порядке по  $1/Q \ll 1$ . При выводе уравнений используется асимптотический подход, отличающийся от представленного в [2] большей полнотой и учетом поля  $H_z$  в основном (нулевом) приближении.

Рассмотрим одноосный ферромагнетик с ОЛН, коллинеарной оси  $Oz$ , полагая, что единичный вектор намагниченности  $\mathbf{m}(y, t) = \mathbf{M}(y, t)/|\mathbf{M}|$  зависит только от одной пространственной координаты  $y$  и времени  $t$ , и  $180^\circ$  ДГ располагается в плоскости  $xOz$ . Лагранжиан  $L$  системы уравнений Ландау-Лифшица разделим на две части  $L = L_0 + L_1$ , где  $L_0$  описывает основное состояние,  $L_1$  – возмущение. В основное состояние  $L_0 = T_0 - w_0$  последовательно входят плотности “кинетической” и “потенциальной” энергий:

$$T_0 = -2m_2 \frac{d}{dt} \arctg \frac{m_y}{m_x}, \quad (1)$$

$$w_0 = \mathbf{m}^2 - m_z^2 - 2H_z m_z. \quad (2)$$

В (2) вносят вклады неоднородный обмен (штрих-дифференцирование по  $y$ ), одноосная анизотропия и взаимодействие с внешним полем  $H_z$ . В качестве возмущения в пределе  $Q \gg 1$  выбирается магнитодипольная энергия

$$L_1 = w_1 \equiv -m_y^2/Q. \quad (3)$$

В (1)–(3) входят следующие безразмерные величины (слева от стрелок):

$$\begin{aligned} L &\rightarrow L/K; & y &\rightarrow y/\Delta; & t &\rightarrow \gamma H_a t; \\ H_z &\rightarrow H_z/H_a, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Delta = (A/K)^{1/2}$  – параметр ширины ДГ;  $A$  – константа неоднородного обмена; остальные обозначения были введены ранее. Учитывая в Лагранжиане постоянство длины вектора намагниченности  $\mathbf{m}(y, t)^2 = 1$  с помощью аддитивного вклада  $L \rightarrow L + \lambda \mathbf{m}^2$ , где  $\lambda$  – множитель Лагранжа, после варьирования и векторного умножения на  $\mathbf{m}$ , исключаяем  $\lambda$ , приходим к уравнениям  $[\mathbf{m}, \delta L/\delta \mathbf{m}] \equiv 2\dot{\mathbf{m}} - [\mathbf{m}, \delta w/\delta \mathbf{m}] = 0$ . Эти уравнения эквивалентны обычным уравнениям Ландау-Лифшица

$$\dot{\mathbf{m}} = -[\mathbf{m}, \mathbf{H}^{\text{ef}}], \quad (5)$$

где в силу замены (4) эффективное поле  $\mathbf{H}^{\text{ef}} = -(\delta w/\delta \mathbf{m})/2$ . В угловых переменных

$$m_{x,y}(y, t) = \sin\theta(\cos\varphi, \sin\varphi), \quad m_z(y, t) = \cos\theta, \quad (6)$$

которые также понадобятся в последующем, уравнения (5) имеют вид

$$\sin\theta\dot{\vartheta} = -(\delta w/\delta\varphi)/2, \quad \sin\theta\dot{\varphi} = (\delta w/\delta\theta)/2, \quad (7)$$

точки над переменными обозначают дифференцирование по  $t$ .

Определим теперь нулевое приближение, отвечающее  $L_0$ . Подставляя (6) в (1), (2), с использованием (7) получаем уравнения

$$\sin\theta\dot{\varphi} + \vartheta'' - \sin\theta\cos\theta(\varphi'^2 + 1) - H_z\sin\theta = 0, \quad (8.1)$$

$$\sin\theta\dot{\varphi} - (\sin^2\vartheta\varphi')' = 0. \quad (8.2)$$

Решение (8) для  $180^\circ$  ДГ с азимутальным углом  $\varphi$ , который прецессирует под действием внешнего поля  $H_z$ , имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= 0, \quad \cos\theta = -\text{th}Y; \\ \dot{\varphi} - H_z &= 0 \quad \text{и} \quad \varphi = H_z t + \text{const}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $Y = y - q(t)$  – локальная координата,  $q(t)$  – положение центра ДГ на оси  $Oy$ . Зависимость положения ДГ от времени  $q = q(t)$  учитывается в следующем приближении.

Решение уравнений излучения первого порядка по  $1/Q$  ищем в виде

$$\mathbf{m} = \mathbf{R}[\theta(Y), \varphi(t)] \tilde{\mathbf{m}}, \quad (10)$$

где  $\mathbf{m}$  – компоненты намагниченности в неподвижной (лабораторной) системе координат, в которой записаны (1)–(3). В движущейся вместе с нулевым решением (9) подвижной системе координат намагниченность имеет вид  $\tilde{\mathbf{m}} = (\tilde{m}_x, \tilde{m}_y, (1 - \tilde{m}_x^2 - \tilde{m}_y^2)^{1/2})$ . Ортогональная матрица

$$\mathbf{R} = [\theta, \varphi] = \begin{pmatrix} \cos\vartheta\cos\varphi & -\sin\varphi & \sin\vartheta\cos\varphi \\ \cos\vartheta\sin\varphi & \cos\varphi & \sin\vartheta\sin\varphi \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\vartheta \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где углы  $\theta$  и  $\varphi$  определены (9), сохраняет единичность длин векторов намагниченности в обеих системах  $m^2 = \tilde{m}^2 = 1$ . Решение представляем в виде следующих рядов по  $1/Q$ :

$$\tilde{\mathbf{m}}_{x,y}(Y, t) = \tilde{\mathbf{m}}_{x,y}^{(1)} + \tilde{\mathbf{m}}_{x,y}^{(2)} + \dots, \quad (12.1)$$

$$q(t) = q^{(0)} + q^{(1)}(t) + \dots \quad (12.2)$$

Подставляя (10) в полный Лагранжиан  $L$ , варьируем его по двум независимым переменным  $\tilde{m}_x$ ,  $\tilde{m}_y$  (процедура варьирования аналогична [2], где и можно найти необходимые формулы). В полученные уравнения подставляем разложения (12) и находим с учетом (9) в первом порядке по  $1/Q$ :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{m}}_y^{(1)} - \hat{L}_W \tilde{m}_x^{(1)} &= f_x, \\ \dot{\tilde{m}}_x^{(1)} + \hat{L}_W \tilde{m}_y^{(1)} &= f_y, \end{aligned} \quad (13)$$

где неоднородные части (13) равны

$$\begin{aligned} f_x &= \sin\theta \cos\theta \sin^2\varphi/Q, \\ f_y &= -\sin\theta \cos\theta \sin\varphi/Q. \end{aligned} \quad (14)$$

Дифференцирование по времени в  $\tilde{m}_x^{(1)}(Y, t)$ ,  $\tilde{m}_y^{(1)}(Y, t)$  выполняется только по второй независимой переменной –  $t$ , так как дифференцирование  $Y(t)$  вносит вклад второго порядка. Оператор  $\hat{L}_W = -\mathbf{d}^2/\mathbf{d}Y^2 - \cos 2\vartheta(Y)$  имеет ортонормированный полный набор: дискретная мода  $\chi_{tr}(Y)$  (трансляционный уровень спектра),  $\hat{L}_W \chi_{tr}(Y) = 0$ , которая делает  $\hat{L}_W$  особым, и функции непрерывного спектра  $\chi_{pr}(Y, k)$  (прецессионный спектр),  $\hat{L}_W \chi_{pr}(Y, k) = (1 + k^2)\chi_{pr}(Y)$  ( $-\infty < k < \infty$ ). Собственные функции имеют вид

$$\begin{aligned} \chi_{tr}(Y) &= 1/(2^{1/2} \operatorname{ch} Y) \equiv \sin\theta^{(0)}, \\ \chi_{pr}(Y, k) &= \hat{L}^+ \exp(ikY)/[2\pi(1 + k^2)]^{1/2}, \end{aligned} \quad (15)$$

где оператор  $\hat{L}^+ = d/dY - \operatorname{th} Y$ .

Уравнения (13) в общем случае [2] содержат четыре неизвестных функции  $\tilde{m}_{x,y}$ ,  $q(t)$  и  $\varphi(t)$ , но последняя в рассматриваемом случае уже определена нулевым приближением, см. (9). Функция  $q^{(1)}(t)$  определяется из условия разрешимости уравнений (13), т.е. ортогональности правой части (13) дискретной моде  $\chi_{tr}(Y)$ . При этом в левой части трансляционные составляющие  $(\dot{\tilde{m}}_{x,y}^{(1)})_{tr}$ , как и сами функции  $(\tilde{m}_{x,y}^{(1)})_{tr} \sim \sin\theta = \vartheta$ , можно положить равными нулю, так как их динамика сводится к динамике  $\varphi(t)$  и  $q^{(1)}(t)$ . Действительно,

сравним вариации намагниченности в угловых переменных (6), которые равны  $\delta\theta = -\vartheta'\delta q$  и  $\delta\varphi$ , с изменениями намагниченности в силу преобразования (10), выражающимися через  $(\tilde{m}_{x,y}^{(1)})_{tr}$ . Таким образом, получим следующие связи между двумя наборами зависимых переменных:  $\delta\theta = (\tilde{m}_x^{(1)})_{tr}$ ,  $\delta\varphi \sin\theta = (\tilde{m}_y^{(1)})_{tr}$ . Динамика трансляционных компонент намагниченности выражается через угловые переменные. В свою очередь, как следует из условия разрешимости (14), динамика угловых переменных (в безразмерных переменных (4)) подчиняется (в данном конкретном случае) уравнениям Слончевского в их простейшем варианте [2, 6, 7]:

$$H_z - \varphi = 0, \quad \dot{q}^{(1)} + \cos\varphi \sin\varphi/Q = 0. \quad (16)$$

С другой стороны, после учета (16) в (13), получаем искомые спин-волновые уравнения:

$$\dot{\tilde{m}}_y^{(1)} - \hat{L}_W \tilde{m}_x^{(1)} = \sin\theta \cos\theta \sin^2\varphi(H_z t)/Q; \quad (17.1)$$

$$\dot{\tilde{m}}_x^{(1)} + \hat{L}_W \tilde{m}_y^{(1)} = 0. \quad (17.2)$$

Функции  $\tilde{m}_x^{(1)} \sim \partial\vartheta/\partial\Delta \sim y \sin\theta$ ,  $\tilde{m}_y^{(1)} = 0$  удовлетворяют статическим уравнениям (17) с правой частью, см. (9) и (4), поэтому можно заключить, что в динамическом случае уравнения (17) описывают колебания ширины ДГ. Выделив в правой части (17) осциллирующий сомножитель  $-\cos(2H_z t)/2$ , можно представить решение (17) в виде действительной части разложения

$$\begin{aligned} \tilde{m}_x^{(1)}(Y, t) &= \exp(-2iH_z t) \int_{-\infty}^{\infty} \chi_k(Y) \tilde{m}_x(k) dk = \\ &= \frac{-\hat{L}^+}{2Q(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ikY)(1 + k^2)^{1/2} (\sin\vartheta \cos\vartheta)_k dk}{[(2H_z)^2 - (1 + k^2)^2]} \times \\ &\quad \times \exp(-2iH_z t), \\ (\sin\theta \cos\theta)_k &= \frac{\pi(1 + k^2)^{1/2}}{2(2\pi)^{1/2} \operatorname{ch}(\pi k/2)} \end{aligned} \quad (18)$$

(и аналогично для  $\tilde{m}_y^{(1)}(Y, t)$ ). Собственная функция трансляционного спектра  $\chi_{tr}(Y)$  не вносит вклада в излучение в силу симметрии задачи.

Если полюсы подынтегрального выражения (18) не попадают на вещественную ось ( $H_z < 1/2$ ), имеют место экспоненциально затухающие колебания намагниченности при удалении от центра ДГ. В случае  $H_z > 1/2$ , когда частота и волновые числа удовлетворяют соотношениям

$$\omega_0 = 2H_z, \quad k_{1,2} = \pm k_0, \quad k_0 = (2H_z - 1)^{1/2}, \quad (19)$$

происходит излучение монохроматических спиновых волн с  $\omega_0 = 1 + k_0^2$ . Амплитуду расходящихся от ДГ в обе стороны спиновых волн получают вычислением интеграла (18) в комплексной плоскости  $k$ . При  $Y \rightarrow \infty$  контур интегрирования вдоль вещественной оси замыкается в верхней полуплоскости  $k$  и охватывает полюс  $k_1$  снизу, оставляя  $k_2$  вне замкнутого контура; при  $Y \rightarrow -\infty$  контур замыкается в нижней полуплоскости и охватывает полюс  $k_2$  снизу, оставляя  $k_1$  вне замкнутого контура. Чисто мнимые полюсы подынтегрального выражения не учитываются, так как их вклад затухает экспоненциально при  $|Y| \rightarrow \infty$ . После отделения действительных частей получаем расходящиеся спиновые волны в подвижной системе координат:

$$\begin{aligned} \tilde{m}_x^{(1)}(|Y| \rightarrow \infty, t) = \\ = a[-k_0 \cos(k_0|Y| - 2H_z t) + \sin(k_0|Y| - 2H_z t)]; \end{aligned} \quad (20.1)$$

$$\begin{aligned} \tilde{m}_y^{(1)}(|Y| \rightarrow \infty, t) = \\ = a[k_0 \sin(k_0|Y| - 2H_z t) + \cos(k_0|Y| - 2H_z t)]; \end{aligned} \quad (20.2)$$

$$a = \pi/[16Qk_0 \text{ch}(\pi k_0/2)]. \quad (20.3)$$

После перехода в лабораторную систему, подставив (20) в (11)), получим:

$$\begin{aligned} m_x^{(1)}(Y \rightarrow \infty, t) = \\ = a[k_0 \cos(k_0 Y - H_z t) - \sin(k_0 Y - H_z t)]; \end{aligned} \quad (21.1)$$

$$\begin{aligned} m_x^{(1)}(Y \rightarrow -\infty, t) = \\ = -a[k_0 \cos(k_0 Y + 3H_z t) + \sin(k_0 Y + 3H_z t)]; \end{aligned} \quad (21.2)$$

$$\begin{aligned} m_y^{(1)}(Y \rightarrow \infty, t) = \\ = a[\cos(k_0 Y - H_z t) + k_0 \sin(k_0 Y - H_z t)]; \end{aligned} \quad (21.3)$$

$$\begin{aligned} m_y^{(1)}(Y \rightarrow -\infty, t) = \\ = a[\cos(k_0 Y + 3H_z t) - k_0 \sin(k_0 Y + 3H_z t)]. \end{aligned} \quad (21.4)$$

Заметим, что расходящиеся волны, обладающие симметрией в подвижной системе координат, теряют ее в неподвижной и распространяются с различными фазовыми скоростями

$$V_{p+} = (dy/dt)_{p+} = H_z/k_0 + \dot{q}, \quad y \rightarrow \infty; \quad (22.1)$$

$$V_{p-} = (dy/dt)_{p-} = -(3H_z/k_0 - \dot{q}) \quad y \rightarrow -\infty, \quad (22.2)$$

где  $\dot{q}$  – поступательная скорость ДГ в первом приближении, см. (9).

Для вычисления средней скорости ДГ вследствие обратного действия излучаемых ею спиновых волн  $V_{sw}$ , обратимся к уравнению баланса энергии, следующему из уравнений (5)

$$\dot{w} - 2(\dot{\mathbf{m}}\mathbf{m}') = 0 \quad (23)$$

и записанному в неподвижной системе отсчета. Интегрируя (23) в бесконечных пределах по  $\mathbf{d}\mathbf{y}$ , получаем с использованием представления (21)

$$\begin{aligned} -2(\dot{\mathbf{m}}\mathbf{m}')|_{y=-\infty}^{y=\infty} = 2a^2 k_0(1 + k_0^2)(H_z + k_0 V_{sw}) - \\ - 2a^2 k_0(1 + k_0^2)(-3H_z + k_0 V_{sw}) = 8a^2 k_0(1 + k_0^2)H_z. \end{aligned} \quad (24)$$

Обратим внимание на то, что поток энергии распределен несимметрично относительно плоскости ДГ. Интегрирование  $\dot{w}$ , после усреднения по “быстрым” осцилляциям с частотой  $\sim H_a$ , определяет мощность, передаваемую внешним полем  $H_z$  магнитной системе:  $-4H_z V_{sw}$ . После этого с помощью (23) получаем скорость ДГ, которую представим ниже в размерных переменных

$$\begin{aligned} V_{sw} = \left(\frac{\pi}{8}\right)^2 \frac{\Delta\gamma H_z}{Q^2 \Delta k_0(H_z)} \times \\ \times \frac{1}{\text{ch}^2(\pi \Delta k_0(H_z)/2)}, \quad H_z > H_a/2 \end{aligned} \quad (25)$$

(здесь теперь  $k_0(H_z) = (2H_z/H_a - 1)^{1/2}/\Delta$ ). Формула (25) с учетом затухания была впервые получена в [3] (см. формулу (28) этой работы) другим методом, но там она содержит дополнительный множитель 2. В следующем разделе будет проведена численная проверка этого и других результатов настоящего раздела.

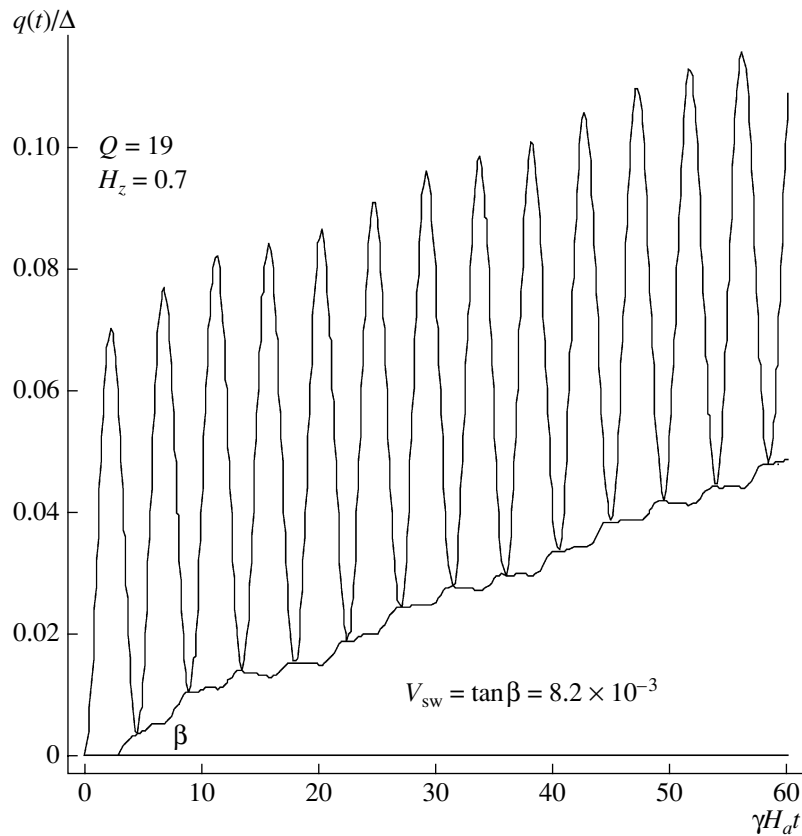
### 3. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ, РЕЗУЛЬТАТЫ

Верификация аналитических результатов, изложенных в предыдущем разделе, осуществляется путем прямого численного интегрирования пространственно одномерных уравнений Ландау-Лифшица (5).

Прежде всего на основании (5) определим смещение самой ДГ под действием внешнего магнитного поля. Для этого будем искать нули численно вычисляемой компоненты намагниченности  $m_z(y, t)$ , которые и будут определять положение центра  $180^\circ$  ДГ. Согласно уравнениям Слончевского (6) и выражению для скорости ДГ (25), положение центра ДГ в области излучения  $H_z > 1/2$  задается функцией (при выборе начального условия  $m_y(y, 0) = 0$ , т.е.  $q(0) = 0$ )

$$q(t) = q^{(1)}(t) + V_{sw}t = [1 - \cos(2H_z t)]/4QH_z + V_{sw}t. \quad (26)$$

Справа в (26) входят: осциллирующий член, следующий из уравнений Слончевского, см. (6), и слагаемое, описывающее поступательное смещение ДГ вследствие обратного действия излучения спиновых волн (безразмерная скорость в (26) равна  $V_{sw} \rightarrow V_{sw}/(\Delta\gamma H_a)$ , см. (4)). Типичная картина зависимости положения центра ДГ от времени  $q(t)$ , полученная численным интегрированием (5),



**Рис. 1.** Типичная зависимость скорости центра ДГ от времени (сильно осциллирующая верхняя кривая) и та же зависимость после исключения из нее осцилляций по Слончевскому (нижняя кривая), выделяющая систематическое поступательное смещение ДГ. Средняя скорость смещения определяется по общему углу наклона нижней кривой  $\beta$ .

представлена на рис. 1. Сильно осциллирующая верхняя кривая получена из уравнения  $m_y(y, t) = 0$ ; нижняя, сглаженная – вычитанием из верхней суммарной кривой осцилляций ДГ, возникающих в силу уравнений Слончевского (16), т.е. из уравнения  $m_y(y + q^{(1)}(t), t) = 0$ . Малость амплитуды сглаженной кривой указывает на хорошую применимость теории Слончевского. Эта кривая позволяет определить по тангенсу ее угла наклона  $\beta$  (см. рис. 1) поступательную скорость смещения ДГ. В рассматриваемом случае  $V_{sw} = 8.2 \times 10^{-4}$ , тогда как вычисленное по (25) значение –  $7.2 \times 10^{-4}$ . Расхождение можно отнести к поправкам  $\sim 1/Q$ , которые не учитываются осцилляциями ДГ в силу уравнений Слончевского (16) и смещением ДГ в силу излучения спиновых волн.

На рис. 2 и 3 представлены зависимости скорости ДГ  $V_{sw}(Q)$  при  $H_z = \text{const}$  и  $V_{sw}(H_z)$  при  $Q = \text{const}$ . Скорости ДГ определялись указанным в предыдущем параграфе способом. Сравнение нанесенных теоретических кривых (25) с вычисленными по решениям уравнения Ландау-Лифшица значениями скорости показывает удовлетворительное общее качественное согласие (учет дополнительного множителя 2, содержащегося, согласно [3], в

правой части (25), ухудшает согласие). Расхождение возрастает с приближением поля к пороговому значению  $H_z = 1/2$  и с уменьшением  $Q$ . Возможно, что часть этих расхождений объясняется недостаточностью линейных по  $1/Q$  приближений (16) и (17), с помощью которых получена используемая для сравнения формула (25).

В заключение этого раздела обратимся к изучению структуры спин-волнового поля, излучаемого ДГ. Поскольку в рамках численного моделирования уравнения Ландау-Лифшица (5) решается задача с начальными условиями (задача Коши), то на плоскости  $y0t$  идеальное волновое поле, представляемое формулами (21), может существовать лишь в некоторых ограниченных областях, расположенных внутри двух волновых пакетов, излучаемых вправо и влево от центра ДГ. В каждом конкретном случае имеющиеся вычислительные возможности в той или иной степени ограничивают размеры пространственно-временной области  $y0t$ , доступной для сравнения с (21).

Наглядное представление структуры поля и фазовых соотношений между волнами можно получить с помощью функции

$$T_j(y) = t_{00} + j(2\pi/3H_z) + sm0_x(y, t_{00} + j(2\pi/3H_z)), \quad (27)$$

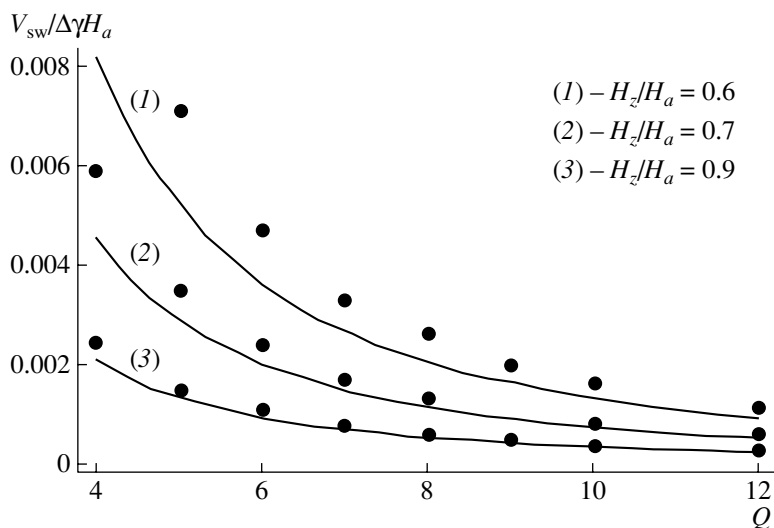


Рис. 2. Зависимости скорости ДГ  $V_{sw}$  от фактора качества  $Q$ .

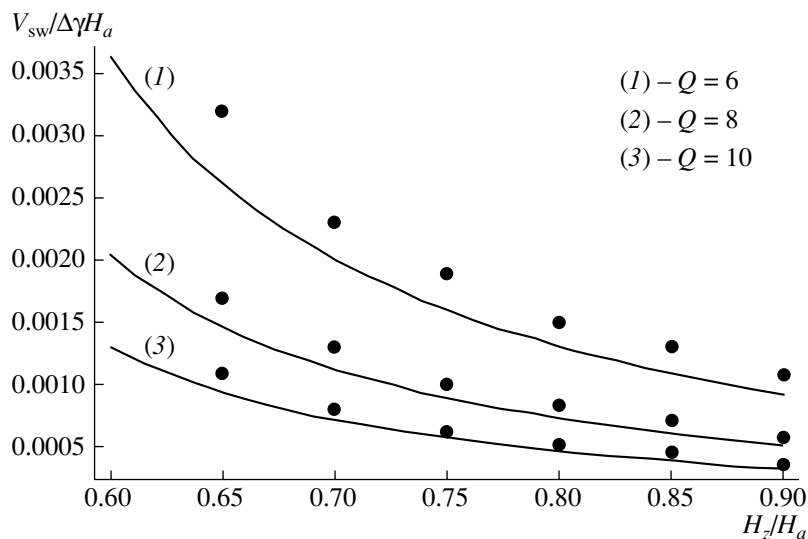


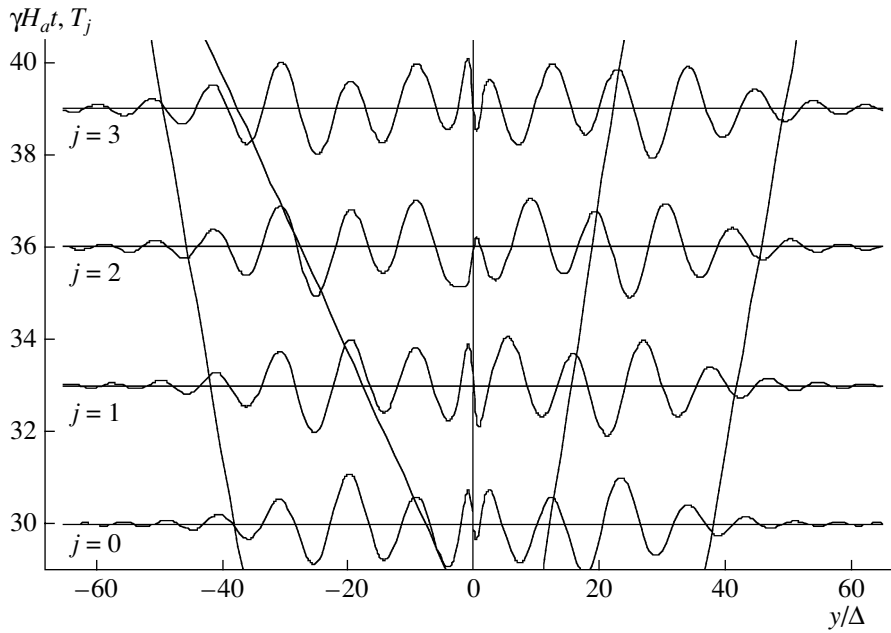
Рис. 3. Зависимости скорости ДГ  $V_{sw}$  от безразмерного внешнего магнитного поля  $H_z/H_a$ .

стролирующей волновое поле  $m_x(y, t)$  через минимальный временной теоретический период по времени  $2\pi/3H_z$  (или аналогичного выражения для  $m_y(y, t)$ ), и построить  $T_j(y)$  для  $j = 0-3$  на плоскости  $yOt$ . Здесь  $s$  – выбираемый из соображений удобства масштабный множитель;  $t_{00}$  – начальный момент времени; выбранный полный временной интервал  $2\pi/H_z$  охватывает один период по времени  $2\pi/H_z$  волны, уходящей вправо, и три периода волны  $2\pi/3H_z$ , уходящей влево по оси  $y$ , см. (21). Для совмещения масштабов кривых на рис. 4 из  $m_x(y, t)$  удалено нулевое решение  $m_0(y, t) = m_x(y, t) - \cos H_z t / \text{ch}(y + q^{(1)}(t))$  с максимальной амплитудой  $|m_{x,y}(0, t)| \sim 1$ , см. (9), (10), которое локализовано в области вблизи центра ДГ.

На рис. 4 изображен типичный фрагмент спин-волнового поля для тех же значений параметров  $Q = 10$ ,  $H_z = 0.7$ , что и на рис. 1,  $s = 30$ , шаг дискретизации по времени  $2\pi/3H_z$  ( $\approx 3$ ). Волновые пакеты со средними значениями амплитуд  $|m_{x,y}(y, t)| \sim 0.02-0.04$  излучаются вправо и влево с групповыми скоростями  $V_{g(+,-)} = d\omega_{(+,-)}/dk$ . Здесь

$$\omega_{(+,-)} = ((1 + k^2 \mp H_z)(1 + k^2 \mp H_z + 1/Q))^{1/2} + V_{sw}k \quad (28)$$

– законы дисперсии сред в неподвижном правом ( $y > 0$ ) и левом ( $y < 0$ ) доменах, мало отличающиеся друг от друга при  $Q = 10$  и соответствующих значениях  $V_{sw}$  (см. рис. 2 и 3). Фронты излучения



**Рис. 4.** Фрагмент асимметричного спин-волнового поля намагниченности  $m_x(y, t)$  на пространственно-временной плоскости (нулевое приближение, локализованное вблизи области  $y = 0$ , удалено). Шаг изменения по времени  $2\pi/3H_z \approx 3$  ( $j = 0-3$ ). Волновые пакеты слева и справа от ДГ  $y = 0$  ограничены внешними прямыми  $y = V_{g(+,-)}t$ , где  $V_{g(+,-)}$  – соответствующие групповые скорости. При постоянном  $y$  средние значения фаз в левом домене совпадают через  $2\pi/3H_z$ , в правом – через  $2\pi/H_z$ . Внутри пакетов построены две характеристики с различающимися фазовыми скоростями. Средняя амплитуда осцилляций намагниченности в пакете  $\sim(0.02-0.04)M$  ( $s$  – коэффициент масштабирования  $m_x(y, t)$  равен 30).

ограничены двумя внешними наклонными прямыми  $y = V_{g(+,-)}t$ , как показано на рис. 4. Здесь же изображены также две характеристики  $y = V_{g(+,-)}t$ , расположенные внутри волновых зон ( $V_{p(+,-)}$  – фазовые скорости (22), различающиеся для обоих доменов). Теоретические значения временных периодов в правом  $T_+ = 2\pi/H_z \approx 9$  и левом  $T_- = 2\pi/3H_z \approx 3$  доменах соответствуют средним значениям, определенным с помощью рис. 4. Напротив, длины волн излучения в волновых зонах правого и левого домена  $2\pi/k_0$  ( $k_0 = (2H_z - 1)^{1/2}$ , см. (19)) одинаковы  $\sim 9.9$ , что также соответствует данным на рисунке. Как видно из рис. 2 и 3, скорости ДГ  $V_{sw}$  слишком малы, чтобы привести к заметному изменению волновой картины за счет смещения центра ДГ в течение использованного для построения рис. 4 интервала времени.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение остановимся на нескольких вопросах, представляющих интерес в связи с результатами настоящей работы. Один из них связан с возможностью понижения порогового поля  $H_z = H_a/2$ , довольно значительная величина которого зависит от порядка оси симметрии магнитостатического взаимодействия (3) относительно поворотов в базисной плоскости одноосного

ферромагнетика. Можно заметить, что аналогичный рассмотренному выше механизм излучения возникает, например, если, наряду с магнитодипольной, включить в возмущение  $L_1$  исходного Лагранжиана, см. (3), кубическую анизотропию  $w_c = -K_c(m_x^4 + m_y^4 + m_z^4)/2$ .

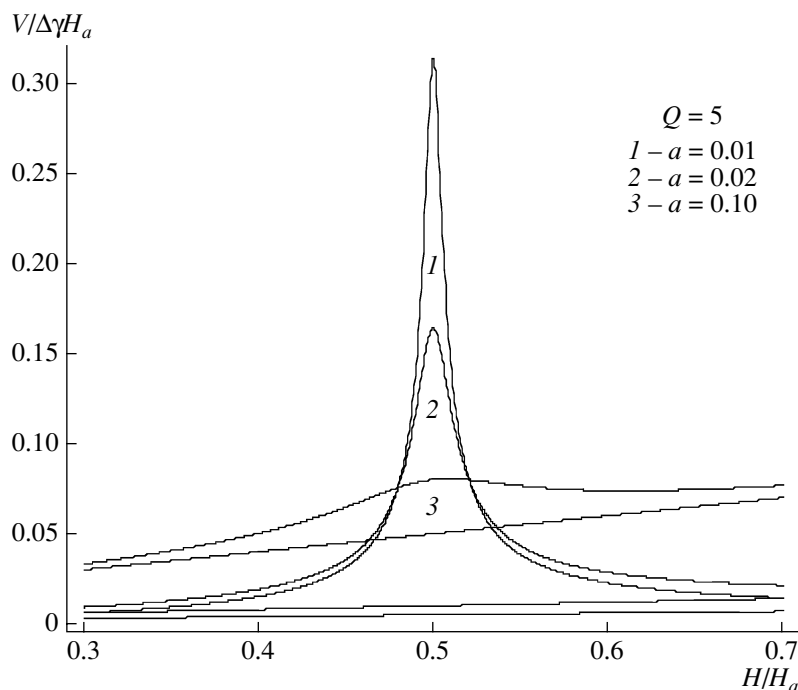
Если константа кубической анизотропии  $K_c > 0$ , возникающие три ОЛН коллинеарны осям неподвижной координатной системы, использованной в настоящей работе. Добавки к правым частям  $f_x$  и  $f_y$  (14) получаем тем же способом, что и при выводе уравнений (13)

$$\delta f_x = -\cos\theta \sin\theta \cos^4\varphi / Q_{c4} + \dots \quad (29)$$

$$\text{и } \delta f_y = \sin^3\theta \sin\varphi \cos^3\varphi / Q_{c4} + \dots,$$

где многоточия обозначают члены более низкого порядка по степеням  $\sin\varphi$  или  $\cos\varphi$  и  $Q_{c4} = K/K_c > 1$ . Добавки (29), как ясно из (14), ведут к пороговой величине поля  $H_z = H_a/4$ . В случае отрицательного знака  $K_c$  аналогичные соображения ведут к порогу  $H_z = H_a/3$ .

Еще один вопрос связан с учетом затухания на излучение спиновых волн, что особенно важно вблизи порога, где скорость ДГ  $V_{sw}$  (25) обращается в бесконечность. Согласно [3], затухание приводит к тому, что скорость ДГ становится ко-



**Рис. 5.** Зависимость скорости ДГ от магнитного поля в области излучения спиновых волн. Три наклонные прямые  $V = \alpha H_z$  – скорости ДГ в отсутствии излучения при указанных на рисунке значениях параметра затухания  $\alpha$ .

нечной в точке порога и отличной от нуля в области  $H_z < 1/2$ . Здесь дополнительно к этому эффекту рассмотрен еще аддитивный вклад в динамику ДГ затравочного затухания Гильберта. Дополним правую часть уравнение баланса энергии (23) слагаемым, учитывающим диссипацию по Рэлею:  $2\alpha \dot{m}^2$ , где  $\alpha$  – безразмерный параметр затухания Гильберта. Если учесть дополнительное слагаемое в нулевом приближении (см. (9) и (10)), то для полной скорости ДГ получим выражение

$$V = V_{sw} + \alpha \Delta \gamma H_z, \quad (30)$$

отличающееся от соответствующего выражения в [3] наличием второго слагаемого справа.

Для устранения расходимости  $V_{sw}$  (25) в точке порога достаточно определить комплексное  $k$  из закона дисперсии  $\omega = 1 + k^2 - i\alpha\omega$  при  $\omega = 2H_z$ , где  $\alpha \ll 1$ , и подставить вещественную часть корня в (25). При незначительном отступлении от порога вещественная часть  $k$  равна

$$\Delta k_0(H_z) = ((2H_z/H_a - 1)^2 + (2\alpha H_z/H_a)^2)^{1/2}. \quad (31)$$

Характерный вид зависимостей (30) при различных значениях параметра  $\alpha$  изображен на рис. 5. Как и в [3], десятикратное увеличение  $\alpha$  ведет к примерно тому же падению пикового значения скорости (3.5 раза).

Проведенное в настоящей работе сравнение численных результатов, полученных интегрированием уравнения Ландау-Лифшица (5), с результатами аналитической теории, изложенной в

разд. 2, показывает общее удовлетворительное согласие. Выявлена асимметричная в лабораторной системе структура поля спиновых волн, излучаемых ДГ (см. (21) и рис. 4). Скорость, приобретаемая ДГ вследствие обратного действия излучения (см. (25)), также согласуется с численными результатами, представленными на рис. 2, 3. Необходимо отметить однако, что имеющееся расхождение аналитических и численных результатов возрастает как с уменьшением  $Q = H_a/4\pi M$ , так и с приближением поля  $H_a$  к пороговому значению  $H_a/2$ . Как можно предполагать, такое расхождение может быть уменьшено при учете следующих по отношению к уравнениям (13), (14) приближений по  $1/Q$ , которые будут включать эффекты взаимодействия спиновых волн, нелинейный сдвиг порогового значения поля и др.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ходенков Г.Е. Излучение спиновых волн при движении блоховской ДГ в ферромагнетиках с большой константой анизотропии // ФММ. 1975. Т. 39. Вып. 2. С. 466–472.
2. Ходенков Г.Е. Структура ДГ в ферромагнетике с большим фактором качества // ФММ. 1994. Т. 78. Вып. 3. С. 33–37.
3. Иванов Ю.И. Динамика ДГ в спин-волновом приближении // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. Вып. 2. С. 612–626.
4. Рандошкин В.В., Сизачев В.Б. О механизме зарождения микродоменов вблизи движущейся домен-



- ной стенки // ФТТ. 1986. Т. 28. Вып. 5. С. 1522–1524.
5. Walker L.R. (unpubl.). Quoted by Dillon F. in Dynamics of domain walls. Magnetism ed. by Rado G.T., Suhl H. New-York: Pergamon Press, 1963. V. 3. P. 451–465.
  6. Slonczewski J.C. Dynamics of magnetic domain walls // Intern. J. Magnet. 1972. V. 2. № 2. P. 85–97.
  7. Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с ЦМД. М.: Мир, 1982. 382 с.
  8. Shryer N.L., Walker L.R. The motion of 180° domain walls in uniform DC magnetic field // J. Appl. Phys. 1974. V. 4. № 12. P. 5406–5421.
  9. Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова Думка, 1988. 190 с.
  10. Елеонский В.М., Кирова Н.Н., Кулагин Н.Е. Динамика ДГ во внешнем магнитном поле // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. Вып. 2. С. 705–710.